高考数学常用公式

1. 德摩根公式 $C_U(A\bigcap B)=C_UA\bigcup C_UB;C_U(A\bigcup B)=C_UA\bigcap C_UB$.

2. $A\bigcap B=A\Leftrightarrow A\bigcup B=B\Leftrightarrow A\subseteq B\Leftrightarrow C_UB\subseteq C_UA\Leftrightarrow A\bigcap C_UB=\Phi\Leftrightarrow C_UA\bigcup B=R$

3. $card(A\bigcup B)=cardA+cardB-card(A\bigcap B)$

$card(A\bigcup B\bigcup C)=cardA+cardB+cardC-card(A\bigcap B)-card(B\bigcap C)-card(C\bigcap A)+card(A\bigcap B\bigcap C)$

4. 二次函数的解析式的三种形式 ①一般式 $f(x)=ax^2+bx+c(a\neq 0)$；

② 顶点式 $f(x)=a(x-h)^2+k(a\neq 0)$；③零点式 $f(x)=a(x-x_1)(x-x_2)(a\neq 0)$.

5. 设 $x_1\cdot x_2\in[a,b],x_1\neq x_2$ 那么

$(x_1-x_2)\left[f(x_1)-f(x_2)\right]>0\Leftrightarrow\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0\Leftrightarrow f(x)$在$[a,b]$上是增函数；

$(x_1-x_2)\left[f(x_1)-f(x_2)\right]<0\Leftrightarrow\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<0\Leftrightarrow f(x)$在$[a,b]$上是减函数.

设函数 $y=f(x)$ 在某个区间内可导，如果 $f'(x)>0$，则 $f(x)$ 为增函数；如果 $f'(x)<0$，则 $f(x)$ 为减函数.

6. 函数 $y=f(x)$ 的图象的对称性：①函数 $y=f(x)$ 的图象关于直线 $x=a$ 对称 $\Leftrightarrow f(a+x)=f(a-x)\Leftrightarrow f(2a-x)=f(x)$. ②函数 $y=f(x)$ 的图象关于直线 $x=\dfrac{a+b}{2}$ 对称 $\Leftrightarrow f(a+mx)=f(b-mx)\Leftrightarrow f(a+b-mx)=f(mx)$.

7. 两个函数图象的对称性:①函数 $y=f(x)$ 与函数 $y=f(-x)$ 的图象关于直线 $x=0$（即 y 轴）对称. ②函数 $y=f(mx-a)$ 与函数 $y=f(b-mx)$ 的图象关于直线 $x=\dfrac{a+b}{2m}$ 对称. ③函数 $y=f(x)$ 和 $y=f^{-1}(x)$ 的图象关于直线 y=x 对称.

8. 分数指数幂 $a^{\frac{m}{n}}=\dfrac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$（$a>0,m,n\in N^*$，且 $n>1$）. $a^{-\frac{m}{n}}=\dfrac{1}{a^{\frac{m}{n}}}$（$a>0,m,n\in N^*$，且 $n>1$）.

9. $\log_a N=b\Leftrightarrow a^b=N(a>0,a\neq 1,N>0)$.

10. 对数的换底公式 $\log_a N=\dfrac{\log_m N}{\log_m a}$. 推论 $\log_{a^m}b^n=\dfrac{n}{m}\log_a b$.

11. $a_n=\begin{cases}s_1, & n=1\\ s_n-s_{n-1}, & n\geq 2\end{cases}$（数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的和为 $s_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$）.

12. 等差数列的通项公式 $a_n=a_1+(n-1)d=dn+a_1-d(n\in N^*)$；

其前 n 项和公式 $s_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}=na_1+\dfrac{n(n-1)}{2}d=\dfrac{d}{2}n^2+(a_1-\dfrac{1}{2}d)n$.

13. 等比数列的通项公式 $a_n=a_1q^{n-1}=\dfrac{a_1}{q}\cdot q^n(n\in N^*)$；

其前 n 项的和公式 $s_n=\begin{cases}\dfrac{a_1(1-q^n)}{1-q},q\neq 1\\ na_1,q=1\end{cases}$ 或 $s_n=\begin{cases}\dfrac{a_1-a_nq}{1-q},q\neq 1\\ na_1,q=1\end{cases}$.

14. 等比差数列 $\{a_n\}$: $a_{n+1}=qa_n+d,a_1=b(q\neq 0)$ 的通项公式为

$$a_n=\begin{cases}b+(n-1)d,q=1\\ \dfrac{bq^n+(d-b)q^{n-1}-d}{q-1},q\neq 1\end{cases}$$；其前 n 项和公式为 $s_n=\begin{cases}nb+n(n-1)d,q=1\\ (b-\dfrac{d}{1-q})\dfrac{1-q^n}{q-1}+\dfrac{d}{1-q}n,q\neq 1\end{cases}$.

15.分期付款(按揭贷款) 每次还款 $x=\dfrac{ab(1+b)^n}{(1+b)^n-1}$ 元(贷款 a 元,n 次还清,每期利率为 b).

16. 同角三角函数的基本关系式 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$，$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$，$\tan\theta\cdot cot\theta=1$.

17. 正弦、余弦的诱导公式

$$\sin(\frac{n\pi}{2}+\alpha)=\begin{cases}(-1)^{\frac{n}{2}}\sin\alpha, & \text{n 为偶数}\\ (-1)^{\frac{n-1}{2}}\cos\alpha, & \text{n 为奇数}\end{cases}\qquad \cos(\frac{n\pi}{2}+\alpha)=\begin{cases}(-1)^{\frac{n}{2}}\cos\alpha, & \text{n 为偶数}\\ (-1)^{\frac{n+1}{2}}\sin\alpha, & \text{n 为奇数}\end{cases}$$

18. 和角与差角公式

$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$；

$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$；

$\tan(\alpha\pm\beta)=\dfrac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{1\mp\tan\alpha\tan\beta}$.

$\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)=\sin^2\alpha-\sin^2\beta$（平方正弦公式）;

$\cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)=\cos^2\alpha-\sin^2\beta$.

$a\sin\alpha+b\cos\alpha=\sqrt{a^2+b^2}\sin(\alpha+\varphi)$（辅助角 φ 所在象限由点 (a,b) 的象限决定，$\tan\varphi=\dfrac{b}{a}$ ）.

19. 二倍角公式 $\sin 2\alpha=\sin\alpha\cos\alpha$.

$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$. $\tan 2\alpha=\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$.

20. 三角函数的周期公式 函数 $y=\sin(\omega x+\varphi)$，x∈R 及函数 $y=\cos(\omega x+\varphi)$，x∈R(A,ω,φ 为常数，且 A≠0，ω＞0)的周期 $T=\dfrac{2\pi}{\omega}$；函数 $y=\tan(\omega x+\varphi)$，$x\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2},k\in Z$ (A,ω,φ 为常数，且 A≠0，ω＞0)的周期 $T=\dfrac{\pi}{\omega}$.

21. 正弦定理 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$.

22. 余弦定理 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$; $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$； $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$.

23. 面积定理（1） $S=\dfrac{1}{2}ah_a=\dfrac{1}{2}bh_b=\dfrac{1}{2}ch_c$（$h_a$、$h_b$、$h_c$ 分别表示 a、b、c 边上的高）.

（2） $S=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{2}ca\sin B$.

(3) $S_{\Delta OAB}=\dfrac{1}{2}\sqrt{(|\overrightarrow{OA}|\cdot|\overrightarrow{OB}|)^2-(\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB})^2}$.

24. 三角形内角和定理 在△ABC 中，有

$$A+B+C=\pi\Leftrightarrow C=\pi-(A+B)\Leftrightarrow\frac{C}{2}=\frac{\pi}{2}-\frac{A+B}{2}\Leftrightarrow 2C=2\pi-2(A+B).$$

25. 平面两点间的距离公式

$d_{A,B}=|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$（A$(x_1,y_1)$，B$(x_2,y_2)$）.

26. 向量的平行与垂直 设 a=(x_1,y_1)，b=(x_2,y_2)，且 b$\neq$0，则

a∥b$\Leftrightarrow$b=λa $\Leftrightarrow x_1y_2-x_2y_1=0$.

a⊥b(a$\neq$0)$\Leftrightarrow$ a·b=0$\Leftrightarrow x_1x_2+y_1y_2=0$.

27. 线段的定比分公式 设 $P_1(x_1,y_1)$，$P_2(x_2,y_2)$，$P(x,y)$ 是线段 P_1P_2 的分点，λ 是实数，且 $\overrightarrow{P_1P}=\lambda\overrightarrow{PP_2}$，则

$$\begin{cases}x=\dfrac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}\\ y=\dfrac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}\end{cases}\Leftrightarrow \overrightarrow{OP}=\frac{\overrightarrow{OP_1}+\lambda\overrightarrow{OP_2}}{1+\lambda}\Leftrightarrow \overrightarrow{OP}=t\overrightarrow{OP_1}+(1-t)\overrightarrow{OP_2}\ \left(t=\frac{1}{1+\lambda}\right).$$

28. 三角形的重心坐标公式 △ABC 三个顶点的坐标分别为 A(x_1,y_1)、B(x_2,y_2)、C(x_3,y_3)，则△ABC 的重心的坐标是 $G(\dfrac{x_1+x_2+x_3}{3},\dfrac{y_1+y_2+y_3}{3})$.

29. 点的平移公式 $\begin{cases}x'=x+h\\ y'=y+k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=x'-h\\ y=y'-k\end{cases}\Leftrightarrow\overrightarrow{OP'}=\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{PP'}$（图形 F 上的任意一点 P(x，y)在平移后图形 F' 上的对应点为 $P'(x',y')$，且 $\overrightarrow{PP'}$ 的坐标为 (h,k)）.

30. 常用不等式：

（1）$a,b\in R\Rightarrow a^2+b^2\geq 2ab$（当且仅当 a＝b 时取“=”号）.

（2）$a,b\in R^+\Rightarrow\dfrac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$（当且仅当 a＝b 时取“=”号）.

（3）$a^3+b^3+c^3\geq 3abc(a>0,b>0,c>0)$.

（4）柯西不等式 $(a^2+b^2)(c^2+d^2)\geq(ac+bd)^2,a,b,c,d\in R.$

（5）$|a|-|b|\leq|a+b|\leq|a|+|b|$

31. 极值定理 已知 x,y 都是正数，则有

（1）如果积 xy 是定值 p，那么当 $x=y$ 时和 $x+y$ 有最小值 $2\sqrt{p}$；

（2）如果和 $x+y$ 是定值 s，那么当 $x=y$ 时积 xy 有最大值 $\dfrac{1}{4}s^2$.

32. 一元二次不等式 $ax^2+bx+c>0(或<0)$ $(a\neq 0,\Delta=b^2-4ac>0)$，如果 a 与 ax^2+bx+c 同号，则其解集在两根之外；如果 a 与 ax^2+bx+c 异号，则其解集在两根之间. 简言之：同号两根之外，异号两根之间.

$x_1<x<x_2\Leftrightarrow(x-x_1)(x-x_2)<0(x_1<x_2)$；

$x<x_1,或x>x_2\Leftrightarrow(x-x_1)(x-x_2)>0(x_1<x_2)$.

33. 含有绝对值的不等式 当 a> 0 时，有

$|x|<a\Leftrightarrow x^2<a^2\Leftrightarrow -a<x<a$.　　　　$|x|>a\Leftrightarrow x^2>a^2\Leftrightarrow x>a$ 或 $x<-a$.

34. 无理不等式（1）$\sqrt{f(x)}>\sqrt{g(x)}\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)\geq 0\\ g(x)\geq 0\\ f(x)>g(x)\end{cases}$.

（2）$\sqrt{f(x)}>g(x)\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)\geq 0\\ g(x)\geq 0\\ f(x)>[g(x)]^2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}f(x)\geq 0\\ g(x)<0\end{cases}$.

（3）$\sqrt{f(x)}<g(x)\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)\ge 0\\ g(x)>0\\ f(x)<[g(x)]^2\end{cases}$.

35. 指数不等式与对数不等式

(1) 当 $a>1$ 时，$a^{f(x)}>a^{g(x)}\Leftrightarrow f(x)>g(x)$； $\log_a f(x)>\log_a g(x)\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)>0\\ g(x)>0\\ f(x)>g(x)\end{cases}$.

(2) 当 $0<a<1$ 时，$a^{f(x)}>a^{g(x)}\Leftrightarrow f(x)<g(x)$；$\log_a f(x)>\log_a g(x)\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)>0\\ g(x)>0\\ f(x)<g(x)\end{cases}$

36.斜率公式 $k=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$（$P_1(x_1,y_1)$、$P_2(x_2,y_2)$）.

37.直线的四种方程

（1）点斜式 $y-y_1=k(x-x_1)$（直线 l 过点 $P_1(x_1,y_1)$，且斜率为 k）.

（2）斜截式 $y=kx+b$ (b 为直线 l 在 y 轴上的截距).

（3）两点式 $\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}=\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}$（$y_1\ne y_2$）($P_1(x_1,y_1)$、$P_2(x_2,y_2)$（$x_1\ne x_2$））.

（4）一般式 $Ax+By+C=0$ (其中 A、B 不同时为 0).

38.两条直线的平行和垂直 （1）若 $l_1:y=k_1x+b_1$， $l_2:y=k_2x+b_2$

①$l_1\parallel l_2\Leftrightarrow k_1=k_2,b_1\ne b_2$;②$l_1\perp l_2\Leftrightarrow k_1k_2=-1$.

(2)若 $l_1:A_1x+B_1y+C_1=0$,$l_2:A_2x+B_2y+C_2=0$,且 A_1、A_2、B_1、B_2 都不为零,

①$l_1\parallel l_2\Leftrightarrow\dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}\ne\dfrac{C_1}{C_2}$； ②$l_1\perp l_2\Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2=0$；

39.夹角公式 $\tan\alpha=\left|\dfrac{k_2-k_1}{1+k_2k_1}\right|$.($l_1:y=k_1x+b_1$， $l_2:y=k_2x+b_2$, $k_1k_2\ne -1$)

$\tan\alpha=\dfrac{A_1B_2-A_2B_1}{A_1A_2+B_1B_2}$($l_1:A_1x+B_1y+C_1=0$, $l_2:A_2x+B_2y+C_2=0$, $A_1A_2+B_1B_2\ne 0$).

直线 $l_1\perp l_2$ 时，直线 l_1 与 l_2 的夹角是 $\dfrac{\pi}{2}$.

40.点到直线的距离 $d=\dfrac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$(点 $P(x_0,y_0)$,直线 l： $Ax+By+C=0$).

41. 圆的四种方程

（1）圆的标准方程 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$.

（2）圆的一般方程 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$（$D^2+E^2-4F>0$）.

（3）圆的参数方程 $\begin{cases}x=a+r\cos\theta\\ y=b+r\sin\theta\end{cases}$.

（4）圆的直径式方程 $(x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2)=0$ (圆的直径的端点是 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$).

42. 椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的参数方程是 $\begin{cases}x=a\cos\theta\\ y=b\sin\theta\end{cases}$.

43. 椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 焦半径公式 $|PF_1|=e(x+\dfrac{a^2}{c})$，$|PF_2|=e(\dfrac{a^2}{c}-x)$.

44. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的焦半径公式 $|PF_1|=|e(x+\frac{a^2}{c})|$，$|PF_2|=|e(\frac{a^2}{c}-x)|$.

45. 抛物线 $y^2=2px$ 上的动点可设为 $P(\frac{y_{\circ}^{2}}{2p},y_{\circ})$ 或 $P(2pt^2,2pt)$ 或 $P(x_{\circ},y_{\circ})$，其中 $y_{\circ}^2=2px_{\circ}$.

46. 二次函数 $y=ax^2+bx+c=a(x+\frac{b}{2a})^2+\frac{4ac-b^2}{4a}$ $(a\neq 0)$ 的图象是抛物线：（1）顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a})$；（2）焦点的坐标为 $(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2+1}{4a})$；（3）准线方程是 $y=\frac{4ac-b^2-1}{4a}$.

47. 直线与圆锥曲线相交的弦长公式 $|AB|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$ 或 $|AB|=\sqrt{(1+k^2)(x_2-x_1)^2}=|x_1-x_2|\sqrt{1+\tan^2\alpha}=|y_1-y_2|\sqrt{1+\cot^2\alpha}$（弦端点 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，由方程 $\begin{cases}y=kx+b\\F(x,y)=0\end{cases}$ 消去 y 得到 $ax^2+bx+c=0$，$\Delta>0$，α 为直线 AB 的倾斜角，k 为直线的斜率）.

48. 圆锥曲线的两类对称问题：

（1）曲线 $F(x,y)=0$ 关于点 $P(x_0,y_0)$ 成中心对称的曲线是 $F(2x_0-x,2y_0-y)=0$.

（2）曲线 $F(x,y)=0$ 关于直线 $Ax+By+C=0$ 成轴对称的曲线是

$$F(x-\frac{2A(Ax+By+C)}{A^2+B^2},y-\frac{2B(Ax+By+C)}{A^2+B^2})=0.$$

49."四线"一方程　对于一般的二次曲线 $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$，用 x_0x 代 x^2，用 y_0y 代 y^2，用 $\frac{x_0y+xy_0}{2}$ 代 xy，用 $\frac{x_0+x}{2}$ 代 x，用 $\frac{y_0+y}{2}$ 代 y 即得方程

$Ax_0x+B\cdot\frac{x_0y+xy_0}{2}+Cy_0y+D\cdot\frac{x_0+x}{2}+E\cdot\frac{y_0+y}{2}+F=0$，曲线的切线，切点弦，中点弦，弦中点方程均是此方程得到.

50.共线向量定理　对空间任意两个向量 **a**、**b**(**b**≠**0**)，**a**∥**b** ⇔ 存在实数 λ 使 **a**= λ **b**.

51. 对空间任一点 O 和不共线的三点 A、B、C，满足 $\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}+z\overrightarrow{OC}$，

则四点 P、A、B、C 是共面 ⇔ $x+y+z=1$.

52. 空间两个向量的夹角公式 $\cos\langle a,b\rangle=\frac{a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3}{\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}\sqrt{b_1^2+b_2^2+b_3^2}}$（$a=(a_1,a_2,a_3)$，$b=(b_1,b_2,b_3)$）.

53.直线 AB 与平面所成角 $\beta=arc\sin\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\vec{m}}{|\overrightarrow{AB}||\vec{m}|}$（$\vec{m}$ 为平面 α 的法向量).

54.二面角 $\alpha-l-\beta$ 的平面角 $\theta=arc\cos\frac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}||\vec{n}|}$ 或 $\pi-arc\cos\frac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}||\vec{n}|}$（$\vec{m}$，$\vec{n}$ 为平面 α，β 的法向量）.

55. 设 AC 是 α 内的任一条直线，且 BC⊥AC，垂足为 C，又设 AO 与 AB 所成的角为 θ_1，AB 与 AC 所成的角为 θ_2，AO 与 AC 所成的角为 θ．则 $\cos\theta=\cos\theta_1\cos\theta_2$.

56. 若夹在平面角为 φ 的二面角间的线段与二面角的两个半平面所成的角是 θ_1, θ_2, 与二面角的棱所成的角是 θ，则有 $\sin^2\varphi\sin^2\theta=\sin^2\theta_1+\sin^2\theta_2-2\sin\theta_1\sin\theta_2\cos\varphi$；$|\theta_1-\theta_2|\le\varphi\le 180^\circ-(\theta_1+\theta_2)$（当且仅当 $\theta=90^\circ$ 时等号成立).

57. 空间两点间的距离公式 若 $A(x_1,y_1,z_1)$，$B(x_2,y_2,z_2)$，则

$$d_{A,B}=|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}.$$

58. 点 Q 到直线 l 距离 $h=\frac{1}{|a|}\sqrt{(|a||b|)^2-(a\cdot b)^2}$（点 P 在直线 l 上，直线 l 的方向向量 a=$\overrightarrow{PA}$，向量 b=$\overrightarrow{PQ}$）.

59.异面直线间的距离 $d=\frac{|\overrightarrow{CD}\cdot\vec{n}|}{|\vec{n}|}$($l_1,l_2$ 是两异面直线，其公垂向量为 $\vec{n}$，C、D 分别是 l_1,l_2 上任一点，d 为 l_1,l_2 间的距离).

60.点 B 到平面 α 的距离 $d=\frac{|\overrightarrow{AB}\cdot\vec{n}|}{|\vec{n}|}$（$\vec{n}$ 为平面 α 的法向量，AB 是经过面 α 的一条斜线，$A\in\alpha$）.

61.异面直线上两点距离公式 $d=\sqrt{d^2+m^2+n^2-2mn\cos\theta}$

(两条异面直线 a、b 所成的角为 θ，其公垂线段 AA' 的长度为 h.在直线 a、b 上分别取两点 E、F，$A'E=m$，$AF=n$，$EF=d$).

62. $l^2=l_1^2+l_2^2+l_3^2\Leftrightarrow\cos^2\theta_1+\cos^2\theta_2+\cos^2\theta_3=1$

（长度为 l 的线段在三条两两互相垂直的直线上的射影长分别为 l_1、l_2、l_3，夹角分别为 θ_1、θ_2、θ_3）（立几中长方体对角线长的公式是其特例）.

63. 面积射影定理 $S=\frac{S'}{\cos\theta}$(平面多边形及其射影的面积分别是 S、S'，它们所在平面所成锐二面角的为 θ).

64.欧拉定理(欧拉公式) $V+F-E=2$(简单多面体的顶点数 V、棱数 E 和面数 F)

65.球的半径是 R，则其体积是 $V=\frac{4}{3}\pi R^3$，其表面积是 $S=4\pi R^2$.

66.分类计数原理（加法原理）$N=m_1+m_2+\cdots+m_n$.

67.分步计数原理（乘法原理）$N=m_1\times m_2\times\cdots\times m_n$.

68.排列数公式 $A_n^m=n(n-1)\cdots(n-m+1)=\frac{n!}{(n-m)!}$.（$n$，$m\in$N*，且 $m\le n$）.

69.排列恒等式 （1）$A_n^m=(n-m+1)A_n^{m-1}$；（2）$A_n^m=\frac{n}{n-m}A_{n-1}^m$；（3）$A_n^m=nA_{n-1}^{m-1}$；

（4）$nA_n^n=A_{n+1}^{n+1}-A_n^n$；（5）$A_{n+1}^m=A_n^m+mA_n^{m-1}$.

70.组合数公式 $C_n^m=\frac{A_n^m}{A_m^m}=\frac{n(n-1)\cdots(n-m+1)}{1\times2\times\cdots\times m}=\frac{n!}{m!\cdot(n-m)!}$（$n$，$m\in$N*，且 $m\le n$).

71.组合数的两个性质(1) $C_n^m=C_n^{n-m}$ ；(2) $C_n^m+C_n^{m-1}=C_{n+1}^m$

72.组合恒等式 （1）$C_n^m=\frac{n-m+1}{m}C_n^{m-1}$；（2）$C_n^m=\frac{n}{n-m}C_{n-1}^m$；（3）$C_n^m=\frac{n}{m}C_{n-1}^{m-1}$；

（4）$\sum_{r=0}^{n}C_n^r=2^n$；（5）$C_r^r+C_{r+1}^r+C_{r+2}^r+\cdots+C_n^r=C_{n+1}^{r+1}$.

73.排列数与组合数的关系是：$A_n^m=m!\cdot C_n^m$.

74.二项式定理 $(a+b)^n=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}b+C_n^2a^{n-2}b^2+\cdots+C_n^ra^{n-r}b^r+\cdots+C_n^nb^n$ ；

二项展开式的通项公式：$T_{r+1}=C_n^ra^{n-r}b^r$ $(r=0,1,2\cdots,\ n)$.

75.等可能性事件的概率 $P(A)=\frac{m}{n}$.

76.互斥事件 A，B 分别发生的概率的和 P(A＋B)=P(A)＋P(B).

77. n 个互斥事件分别发生的概率的和 $P(A_1+A_2+\cdots+A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n)$.

78. 独立事件 A，B 同时发生的概率 $P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$.

79. n 个独立事件同时发生的概率 $P(A_1\cdot A_2\cdot\cdots\cdot A_n)=P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot\cdots\cdot P(A_n)$.

80. n 次独立重复试验中某事件恰好发生 k 次的概率 $P_n(k)=C_n^k P^k(1-P)^{n-k}$.

81. 离散型随机变量的分布列的两个性质：（1）$P_i\geq 0(i=1,2,\cdots)$；（2）$P_1+P_2+\cdots=1$.

82. 数学期望 $E\xi=x_1P_1+x_2P_2+\cdots+x_nP_n+\cdots$

83. 数学期望的性质：（1）$E(a\xi+b)=aE(\xi)+b$；（2）若 $\xi\sim B(n,p)$，则 $E\xi=np$.

84. 方差 $D\xi=\left(x_1-E\xi\right)^2\cdot p_1+\left(x_2-E\xi\right)^2\cdot p_2+\cdots+\left(x_n-E\xi\right)^2\cdot p_n+\cdots$

85. 标准差 $\sigma\xi=\sqrt{D\xi}$.

86. 方差的性质(1) $D\left(\xi\right)=E\xi^2-(E\xi)^2$；(2) $D\left(a\xi+b\right)=a^2D\xi$；（3）若 $\xi\sim B(n,p)$，则 $D\xi=np(1-p)$.

87. 正态分布密度函数 $f\left(x\right)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}6}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{26^2}},x\in\left(-\infty,+\infty\right)$ 式中的实数 μ，σ（σ>0）是参数，分别表示个体的平均数与标准差.

88. 标准正态分布密度函数 $f\left(x\right)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}6}e^{-\frac{x^2}{2}},x\in\left(-\infty,+\infty\right)$.

89. 对于 $N(\mu,\sigma^2)$，取值小于 x 的概率 $F\left(x\right)=\Phi\left(\dfrac{x-\mu}{\sigma}\right)$.

$$P\left(x_1<x_0<x_2\right)=P\left(x<x_2\right)-P\left(x<x_1\right)=F\left(x_2\right)-F\left(x_1\right)=\Phi\left(\frac{x_2-\mu}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{x_1-\mu}{\sigma}\right).$$

90. 回归直线方程　$y=a+bx$，其中 $\begin{cases}b=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)\left(y_i-\bar{y}\right)}{\sum\limits_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^2}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\,\bar{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^{\,2}-n\bar{x}^2}\\ a=\bar{y}-b\bar{x}\end{cases}$.

91. 相关系数　$r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)\left(y_i-\bar{y}\right)}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)\left(y_i-\bar{y}\right)}{\sqrt{(\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^{\,2}-n\bar{x}^2)(\sum\limits_{i=1}^{n}y_i^{\,2}-n\bar{y}^2)}}$.

|r|≤1，且|r|越接近于 1，相关程度越大；|r|越接近于 0，相关程度越小.

92. 特殊数列的极限　（1）$\lim\limits_{n\to\infty}q^n=\begin{cases}0 & |q|<1\\ 1 & q=1\\ \text{不存在} & |q|<1\text{或}q=-1\end{cases}$.

（2）$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_kn^k+a_{k-1}n^{k-1}+\cdots+a_0}{b_tn^t+b_{t-1}n^{t-1}+\cdots+b_0}=\begin{cases}0 & (k<t)\\ \dfrac{a_t}{b_k} & (k=t)\\ \text{不存在} & (k>t)\end{cases}$.

（3）$S=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_1\left(1-q^n\right)}{1-q}=\dfrac{a_1}{1-q}$（$S$ 无穷等比数列 $\left\{a_1q^{n-1}\right\}$（$|q|<1$）的和）.

93. $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=a\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=a$.这是函数极限存在的一个充要条件.

94.函数的夹逼性定理　如果函数 f(x)，g(x)，h(x)在点 x_0 的附近满足：
（1）$g(x)\le f(x)\le h(x)$；（2）$\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=a,\lim\limits_{x\to x_0} h(x)=a$（常数）,则 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=a$.

本定理对于单侧极限和 $x\to\infty$ 的情况仍然成立.

95.两个重要的极限　（1）$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$；（2）$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e$ (e=2.718281845…).

96. $f(x)$ 在 x_0 处的导数（或变化率或微商）$f'(x_0)=y'\big|_{x=x_0}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$.

97. 瞬时速度 $\upsilon=s'(t)=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{s(t+\Delta t)-s(t)}{\Delta t}$.

98. 瞬时加速度 $a=v'(t)=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t}=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{v(t+\Delta t)-v(t)}{\Delta t}$.

99. $f(x)$ 在 (a,b) 的导数 $f'(x)=y'=\frac{dy}{dx}=\frac{df}{dx}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$.

100. 函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的导数是曲线 $y=f(x)$ 在 $P(x_0,f(x_0))$ 处的切线的斜率 $f'(x_0)$，相应的切线方程是 $y-y_0=f'(x_0)(x-x_0)$.

101. 几种常见函数的导数

(1) $C'=0$（C 为常数）.　　(2) $(x_n)'=nx^{n-1}(n\in Q)$.

(3) $(\sin x)'=\cos x$.　　(4) $(\cos x)'=-\sin x$.

(5) $(\ln x)'=\frac{1}{x}$；$(\log a^x)'=\frac{1}{x}\log_a^{\,e}$.　　(6) $(e^x)'=e^x$；$(a^x)'=a^x\ln a$.

102. 复合函数的求导法则　设函数 $u=\varphi(x)$ 在点 x 处有导数 $u_x'=\varphi'(x)$，函数 $y=f(u)$ 在点 x 处的对应点 U 处有导数 $y_u'=f'(u)$，则复合函数 $y=f(\varphi(x))$ 在点 x 处有导数，且 $y_x'=y_u'\cdot u_x'$，或写作 $f_x'(\varphi(x))=f'(u)\varphi'(x)$.

103. 可导函数 $y=f(x)$ 的微分 $dy=f'(x)dx$.

104. $a+bi=c+di\Leftrightarrow a=c,b=d$.（$a,b,c,d\in R$）

105. 复数 $z=a+bi$ 的模（或绝对值）$|z|=|a+bi|=\sqrt{a^2+b^2}$.

106. 复数的四则运算法则

(1) $(a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i$；　(2) $(a+bi)-(c+di)=(a-c)+(b-d)i$；

(3) $(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(bc+ad)i$；　(4) $(a+bi)\div(c+di)=\frac{ac+bd}{c^2+d^2}+\frac{bc-ad}{c^2+d^2}i(c+di\ne 0)$.

107. 复平面上的两点间的距离公式 $d=|z_1-z_2|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$（$z_1=x_1+y_1i$，$z_2=x_2+y_2i$）.

108. 向量的垂直　非零复数 $z_1=a+bi$，$z_2=c+di$ 对应的向量分别是 $\overrightarrow{OZ_1}$，$\overrightarrow{OZ_2}$，则

$\overrightarrow{OZ_1}\perp\overrightarrow{OZ_2}\Leftrightarrow \overline{z_1}\cdot z_2$ 的实部为零 $\Leftrightarrow \frac{z_2}{z_1}$ 为纯虚数 $\Leftrightarrow |z_1+z_2|^2=|z_1|^2+|z_2|^2$

$\Leftrightarrow |z_1-z_2|^2=|z_1|^2+|z_2|^2\Leftrightarrow |z_1+z_2|=|z_1-z_2|\Leftrightarrow ac+bd=0\Leftrightarrow z_1=\lambda iz_2$（λ 为非零实数）.

109. 实系数一元二次方程的解　实系数一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$，①若 $\Delta=b^2-4ac>0$，则 $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$；②若 $\Delta=b^2-4ac=0$，则 $x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$；③若 $\Delta=b^2-4ac<0$，它在实数集 R 内没有实数根；在复数集 C 内有且仅有两个共轭复数根 $x=\frac{-b\pm\sqrt{-(b^2-4ac)}i}{2a}(b^2-4ac<0)$.